

Resolver ecuación de primer grado:

a) $2x - 4 = 8 \Rightarrow x_1 = 6$

b) $-3x - 7 = 5 \Rightarrow x_1 = -4$

Resolver ecuación de segundo grado:

c) $x^2 - 4 = 0 \Rightarrow (x-2)(x+2) = 0$

$x_1 = 2; x_2 = -2$

d) $x^2 + 2x - 4 = 0 \Rightarrow \Delta = b^2 - 4ac = 2^2 - 4(1)(-4)$
 $\Delta = 20$

$$x = \frac{-b \pm \sqrt{\Delta}}{2a}$$

$x = \frac{-2 \pm \sqrt{20}}{2(1)} = -1 \pm \sqrt{5} \Rightarrow x_1 = -1 + \sqrt{5}$

$x_2 = -1 - \sqrt{5}$

Resolver ecuación de tercer grado:

e) $x^3 - 27 = 0$

$\Rightarrow x^3 - 3^3 = 0 \Rightarrow (x - 3)(x^2 + 3x + 9) = 0$

$x_1 = 3;$

$$x = \frac{-b \pm \sqrt{\Delta}}{2a}$$

$\Delta = b^2 - 4ac = 3^2 - 4(1)(9)$

$\Delta = -27$

$x_2 = \frac{3}{2}(-1 + \sqrt{3}i)$

$x_3 = \frac{3}{2}(-1 - \sqrt{3}i)$

CONCLUSIÓN:

Como se observa, las ecuaciones algebraicas de acuerdo al grado que posee tienen el número de soluciones.

Si es de primer grado tiene una solución.

Si es de segundo grado tiene dos soluciones.

Si es de tercer grado tiene 3 soluciones.

Así sucesivamente.

Las ecuaciones trigonométricas son igualdades condicionales donde la variable (x) o arcos de la forma (ax + b) se encuentran afectados de algún operador trigonométrico como el seno, coseno, tangente, etc.

Es de la forma : $F.T. (ax + b) = N \dots (*)$

Donde el valor principal (Vp) es el valor del ángulo o arco (ax + b) definido en el "rango" de la función trigonométrica inversa.

De (*) : $V_p = \text{Arc } F.T. (N)$

Además N debe pertenecer al dominio de la función trigonométrica; a y b son constantes reales.

Como podemos apreciar el primer paso para resolver una ecuación trigonométrica es el cálculo del valor principal(VP).

Ecuación trigonométrica elemental

$$F.T.(ax+b)=N$$

Valor Principal(VP): $V_p = \text{arc } F.T.(N)$

Resolver:

$$1. \text{ Sen } x = \frac{1}{2} \Rightarrow VP = 30^\circ; \text{ ó } V_p = \text{arcSen}\left(\frac{1}{2}\right) = 30^\circ$$

$$x_1 = \dots; x_2 = \dots; x_3 = \dots$$

$$x_g = \dots$$

$$2. \text{ Cos}\left(2x + \frac{\pi}{2}\right) = \frac{3}{5} \Rightarrow VP = 53^\circ; \text{ ó } V_p = \text{arcCos}\left(\frac{3}{5}\right) = 53^\circ$$

$$x_1 = \dots; x_2 = \dots$$

$$x_g = \dots$$

$$3. \text{ Tan}\left(3x - \frac{\pi}{4}\right) = 1 \Rightarrow VP = 45^\circ; \text{ ó } V_p = \text{arcTan}(1) = 45^\circ$$

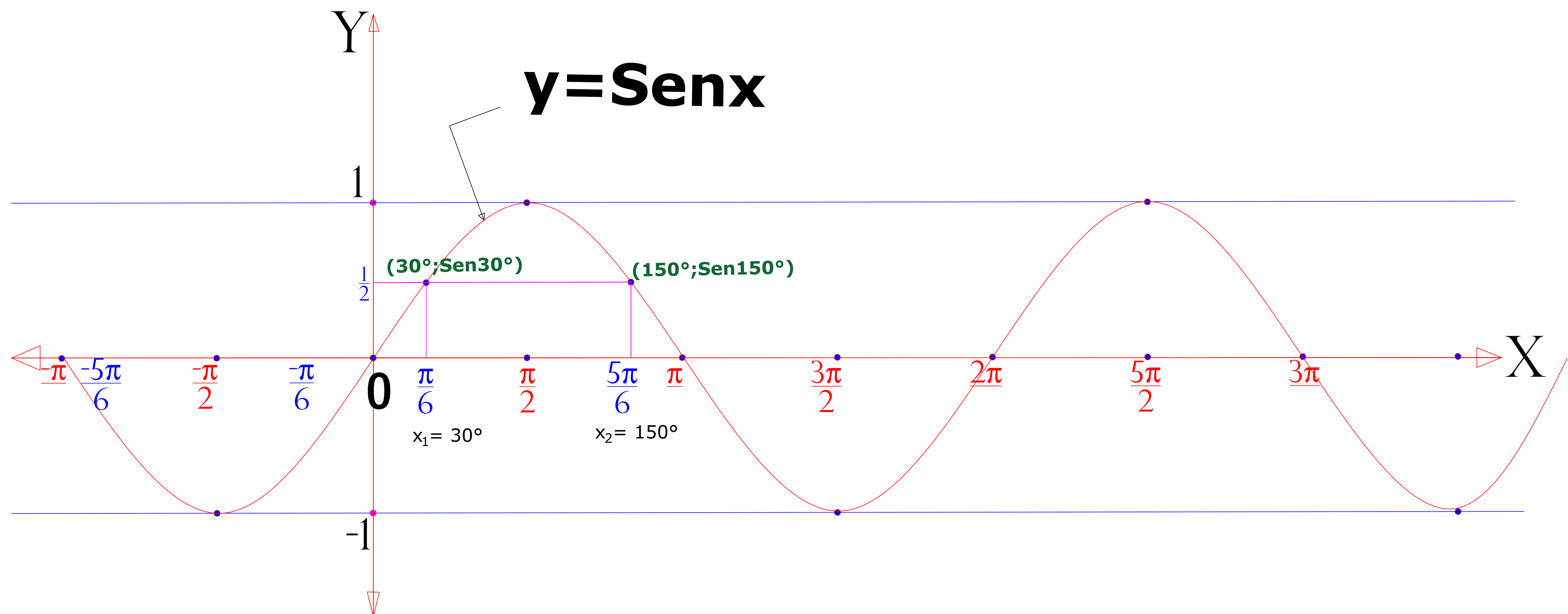
$$x_1 = \dots; x_2 = \dots$$

$$x_g = \dots$$

1. Resolver, luego analizar con respecto a las soluciones positivas de: $2\text{Sen}x - 1 = 0$

Resolución

$$\text{Sen}x = \frac{1}{2} \Rightarrow \text{VP} = 30^\circ$$

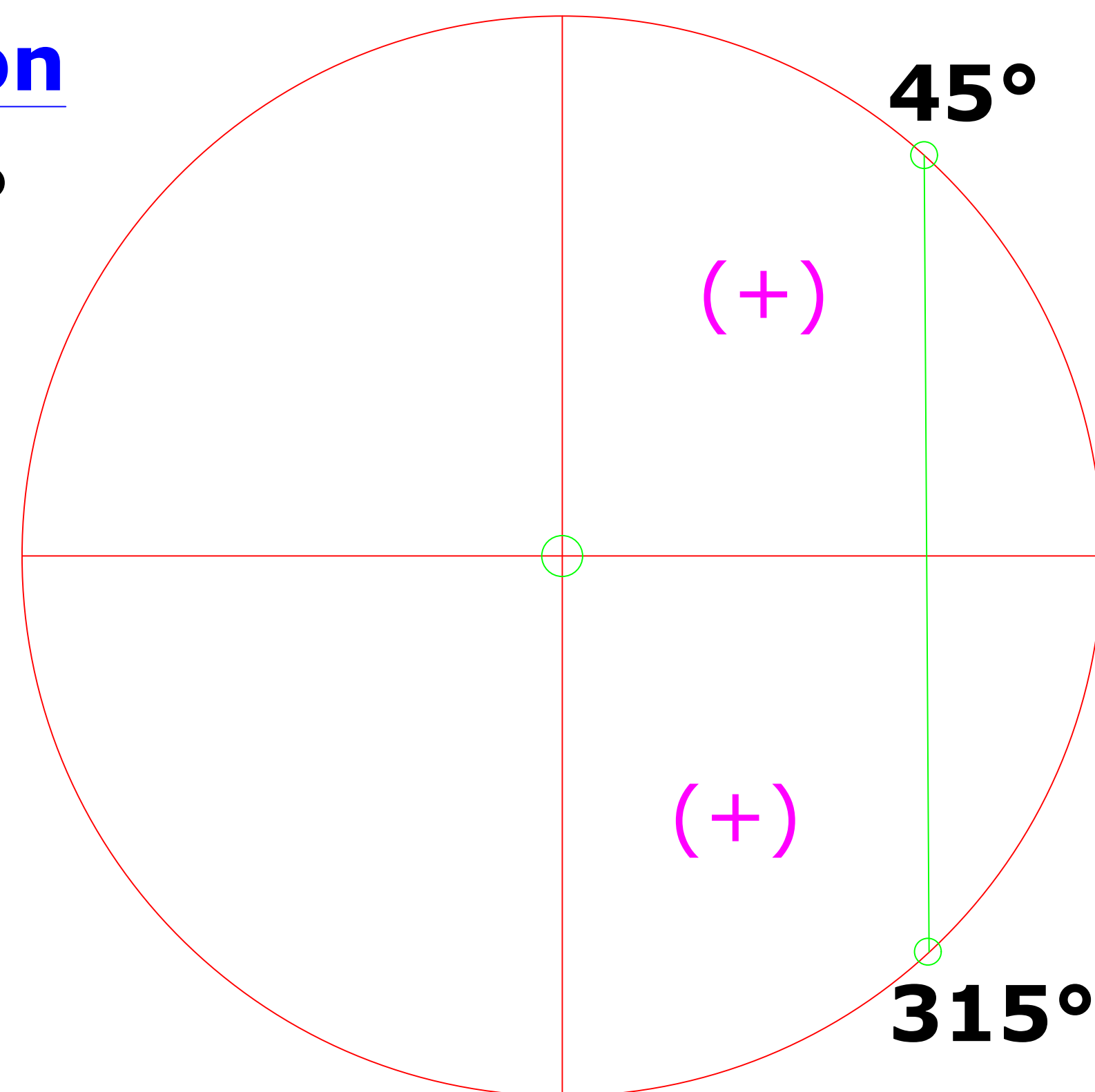


2. Resolver e indicar las primeras soluciones

$$\cos\left(\frac{x}{2}\right) = \frac{\sqrt{2}}{2}$$

Resolución

$$\Rightarrow VP = 45^\circ$$



$$Cs\left(\frac{x}{2}\right) = \{360^\circ k + 45^\circ; 360^\circ k - 45^\circ\}$$

$$\Rightarrow CS(x) = \{720^\circ k + 90; 720^\circ k - 90^\circ\}$$

$$k=0 \Rightarrow Cs = \{720^\circ(0) + 90^\circ; 720^\circ(0) - 90^\circ\} \\ = \{90^\circ; -90^\circ\}$$

$$k=1 \Rightarrow Cs = \{720^\circ(1) + 90^\circ; 720^\circ(1) - 90^\circ\} \\ = \{810^\circ; 630^\circ\}$$

$$k=2 \Rightarrow Cs = \{720^\circ(2) + 90^\circ; 720^\circ(2) - 90^\circ\} \\ = \{\dots^\circ; \dots^\circ\}$$

$$k=3 \Rightarrow Cs = \{720^\circ(3) + 90^\circ; 720^\circ(3) - 90^\circ\} \\ = \{\dots^\circ; \dots^\circ\}$$

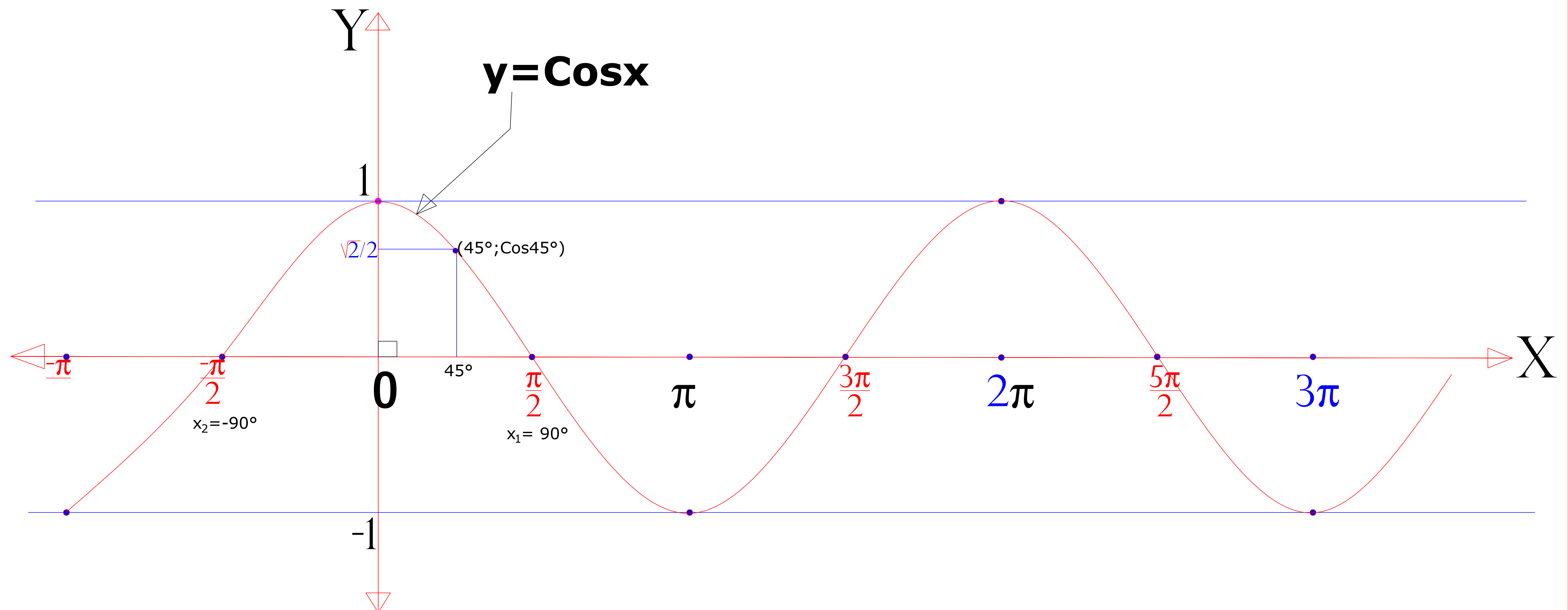
👍 Rta: $x_1 = 90^\circ$
 $x_2 = -90^\circ$
 $x_3 = 630^\circ$
 $x_4 = 1530^\circ$
 $x_5 = 1350^\circ$
 $x_6 = 2250^\circ$
 $x_7 = 2070^\circ$

2. Resolver e indicar las primeras soluciones

$$\cos\left(\frac{x}{2}\right) = \frac{\sqrt{2}}{2}$$

Resolución

$$\Rightarrow VP = 45^\circ$$

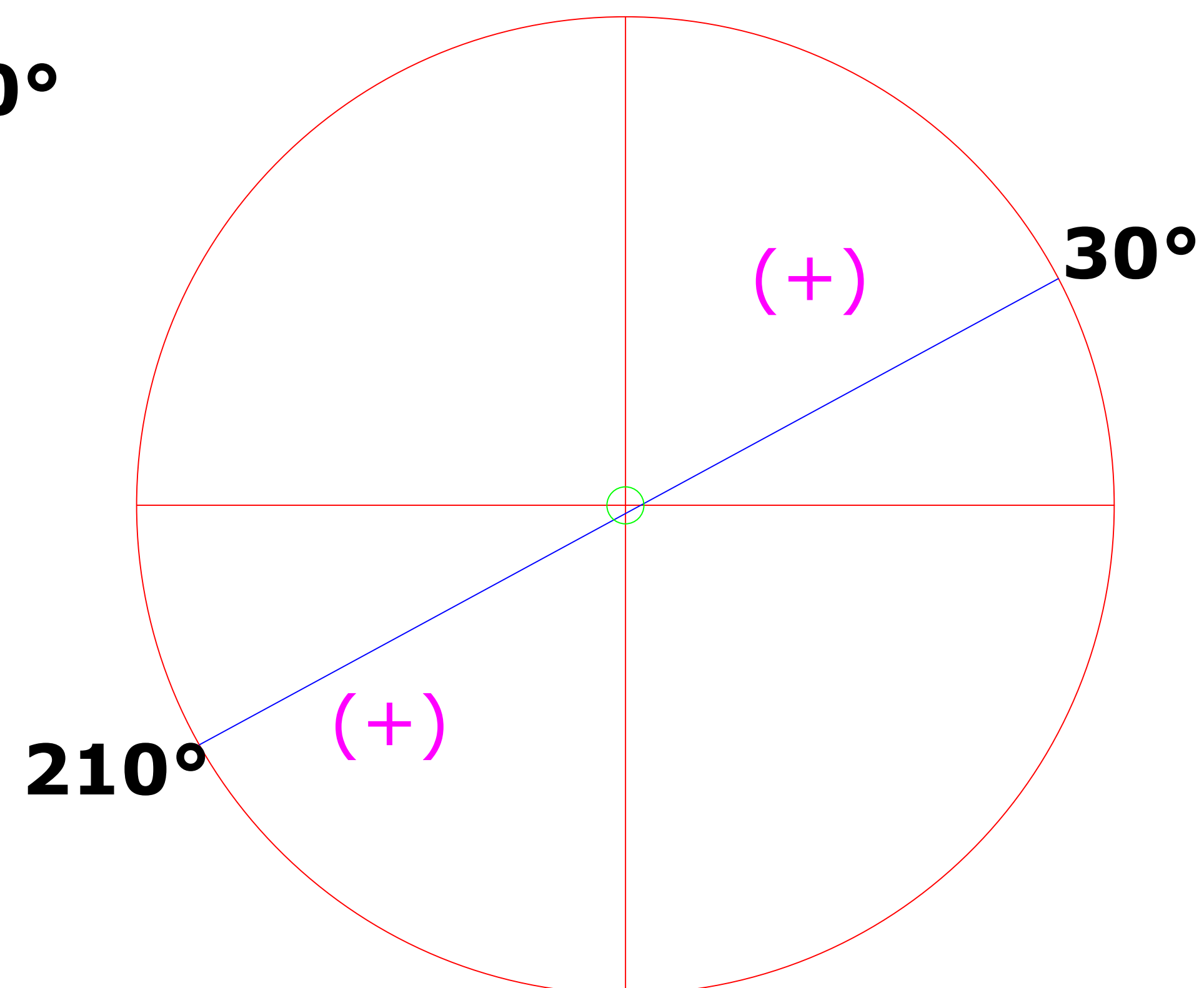


3. Indique las primeras soluciones positivas:

$$\tan 2x = \frac{1}{\sqrt{3}}$$

Resolución

$$\Rightarrow VP = 30^\circ$$



$$Cs(2x) = \{360^\circ k + 30^\circ; 360^\circ k + 210^\circ\}$$

$$Cs(x) = \{180^\circ k + 15^\circ; 180^\circ k + 105^\circ\}$$

$$k=0 \Rightarrow Cs = \{180^\circ(0) + 15; 180^\circ(0) + 105\} \\ = \{15^\circ; 105^\circ\}$$

$$k=1 \Rightarrow Cs = \{180^\circ(1) + 15; 180^\circ(1) + 105\} \\ = \{195^\circ; 285^\circ\}$$

$$k=2 \Rightarrow Cs = \{180^\circ(2) + 15; 180^\circ(2) + 105\} \\ = \{375^\circ; 465^\circ\}$$

👍 Rta: $x_1 = 15^\circ$
 $x_2 = 105^\circ$
 $x_3 = 195^\circ$
 $x_4 = 285^\circ$
 $x_5 = 375^\circ$
 $x_6 = 465^\circ$

SOLUCIÓN GENERAL DE UNA ECUACIÓN TRIGONOMÉTRICA

Dada la ecuación, se determina su valor principal(V_p) o solución principal (S_p) y luego se reemplaza en la expresión que corresponde según el siguiente cuadro:

Ecuación	Conjunto Solución (Solución General)	k ∈ Z
Senx = a	⇒ x _g = π k + (-1) ^k VP	
Cosx = b	⇒ x _g = 2π k ± VP	
Tanx = c	⇒ x _g = π k + VP	
Ctgx = d	⇒ x _g = π k + VP	
Secx = e	⇒ x _g = 2π k ± VP	
Cscx = f	⇒ x _g = π k + (-1) ^k VP	

4. Calcular la solución general de:
2Senx - 1 = 0

Resolución

Senx = 1/2 ⇒ VP=30°

Haciendo uso de la fórmula general:

Senx = a ⇒ x_g = π k + (-1)^kVP

⇒ x_g = 180° k + (-1)^k(30°)

⇒ x_g = π k + (-1)^k(π/6)

5. Indique la solución general de:

$$\tan 2x = \frac{1}{\sqrt{3}}$$

Resolución

$$\Rightarrow VP = 30^\circ$$

$$x_g = \pi k + VP$$

$$(2x)_g = 180^\circ k + 30^\circ$$

$$x_g = 90^\circ k + 15^\circ$$

👍 Rta: $\frac{\pi}{2}K + \frac{\pi}{12}$

6. Indique la solución general:

$$\cos\left(\frac{x}{2}\right) = \frac{\sqrt{2}}{2}$$

Resolución

$$\Rightarrow VP = 45^\circ$$

$$x_g = 360^\circ k \pm VP$$

$$\Rightarrow \left(\frac{x}{2}\right)_g = 360^\circ k \pm 45^\circ \Rightarrow x_g = 720^\circ k \pm 90$$

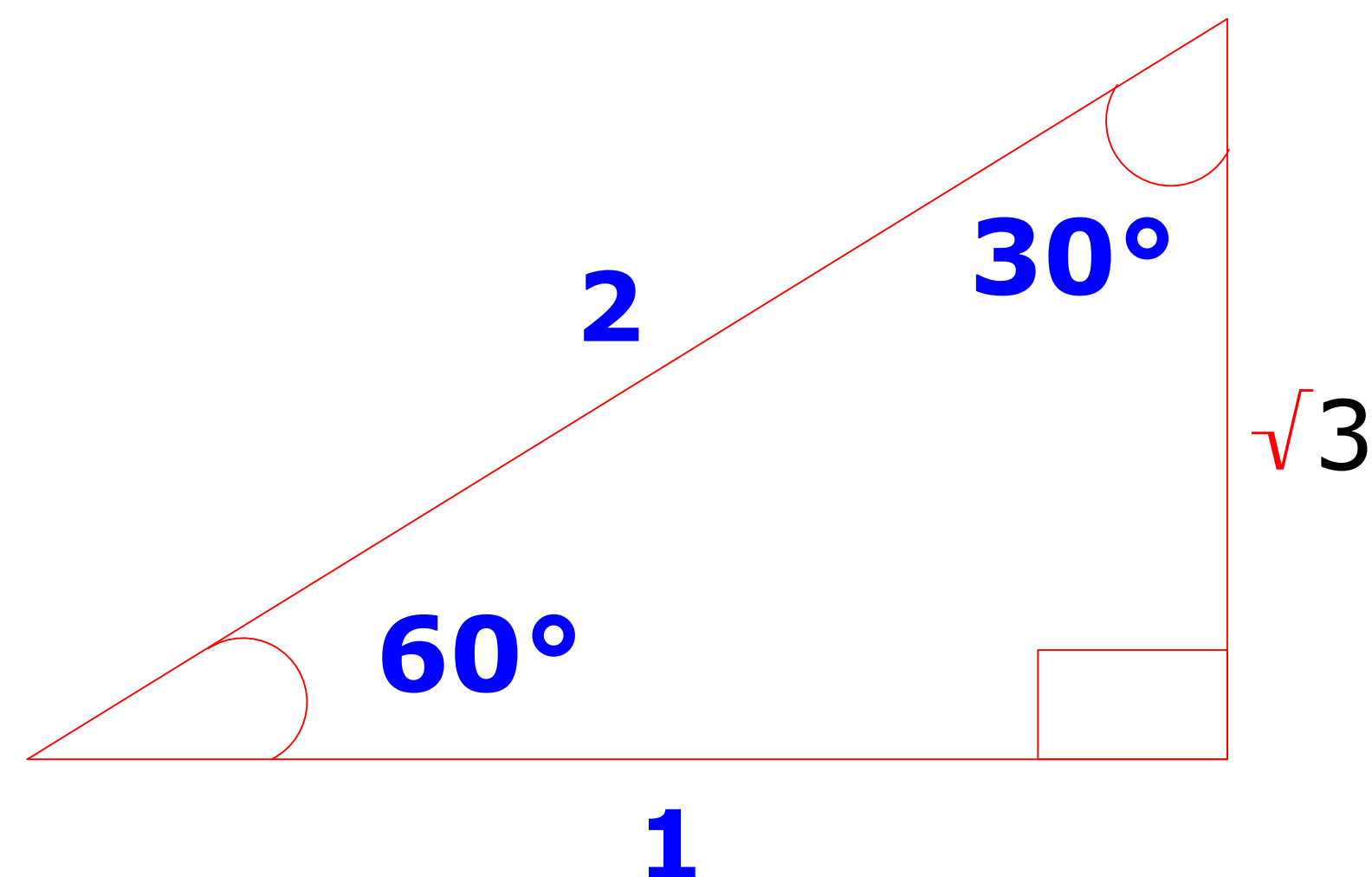
👍 Rta: $4\pi k \pm \frac{\pi}{2}$

7. Resolver la ecuación y dar la menor solución positiva.

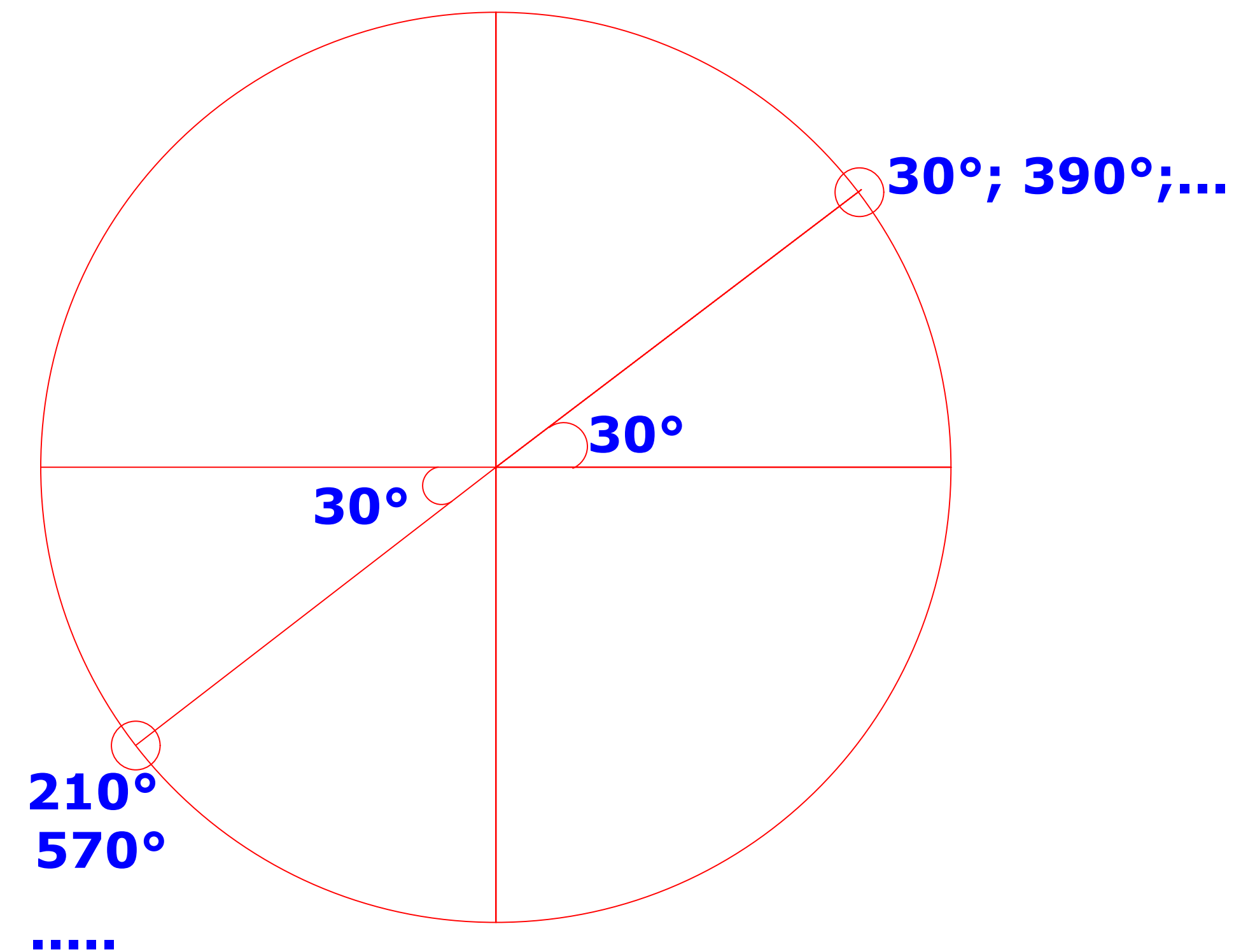
$$\sqrt{3}\tan 3x - 1 = 0$$

Resolución

$$\tan 3x = + 1/\sqrt{3}$$



$$\Rightarrow VP = 30^\circ$$



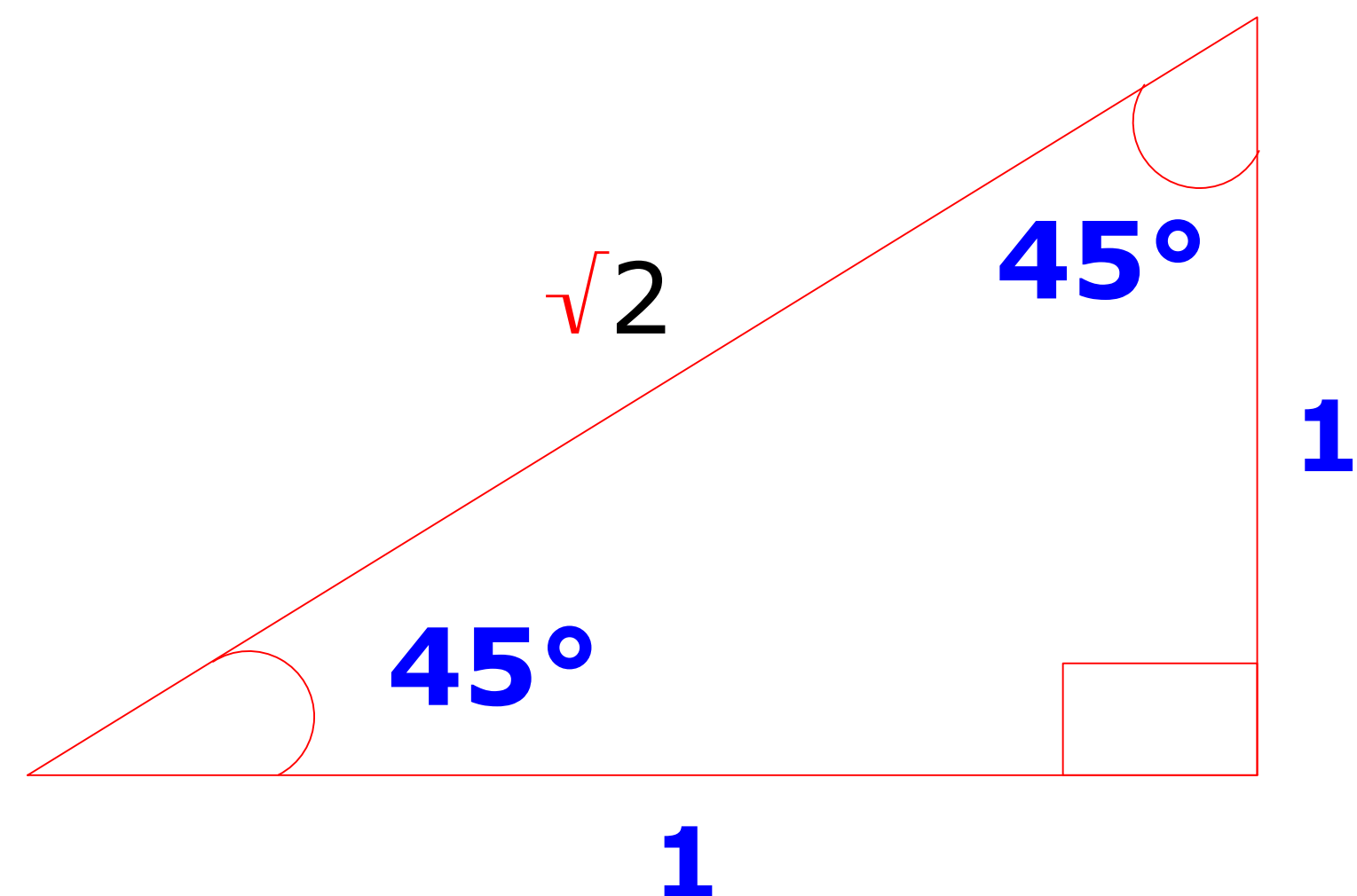
$$\begin{aligned} 3x &= 30^\circ \\ x &= 10^\circ \end{aligned} \Rightarrow \begin{aligned} x &= 10^\circ \left(\frac{\pi}{180^\circ} \right) \\ x &= \frac{\pi}{18} \text{ Rad} \end{aligned}$$

8. Resolver la ecuación y dar la menor solución positiva.

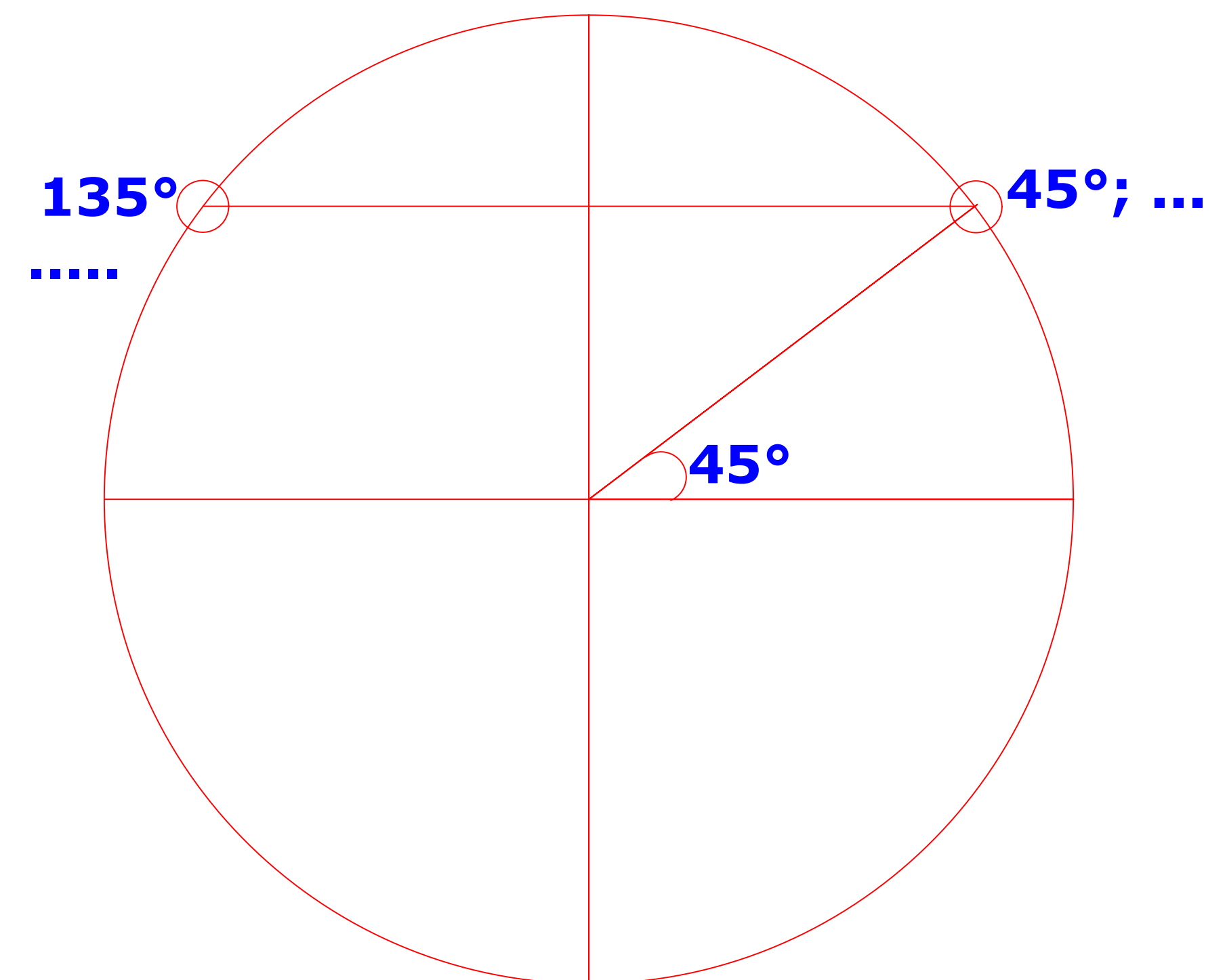
$$\sqrt{2}\text{Sen}3x - 1 = 0$$

Resolución

$$\text{Sen}3x = + 1/\sqrt{2}$$



$$\Rightarrow VP = 45^\circ$$



$$3x = 45^\circ$$

$$x = 15^\circ$$



$$x = 15^\circ \left(\frac{\pi}{180^\circ} \right)$$

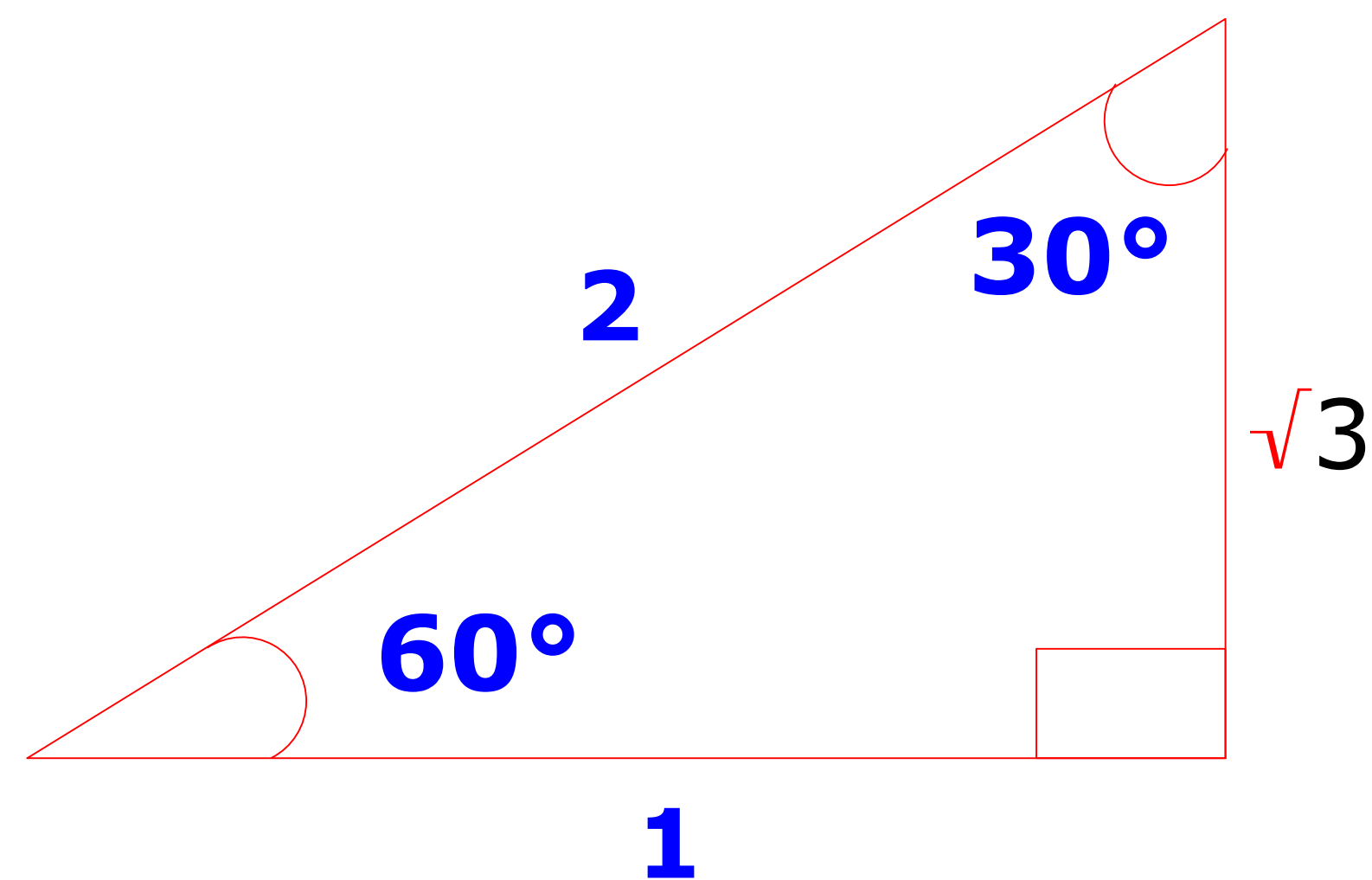
$$x = \frac{\pi}{12} \text{ Rad}$$

9. Resolver la ecuación y dar la menor solución positiva.

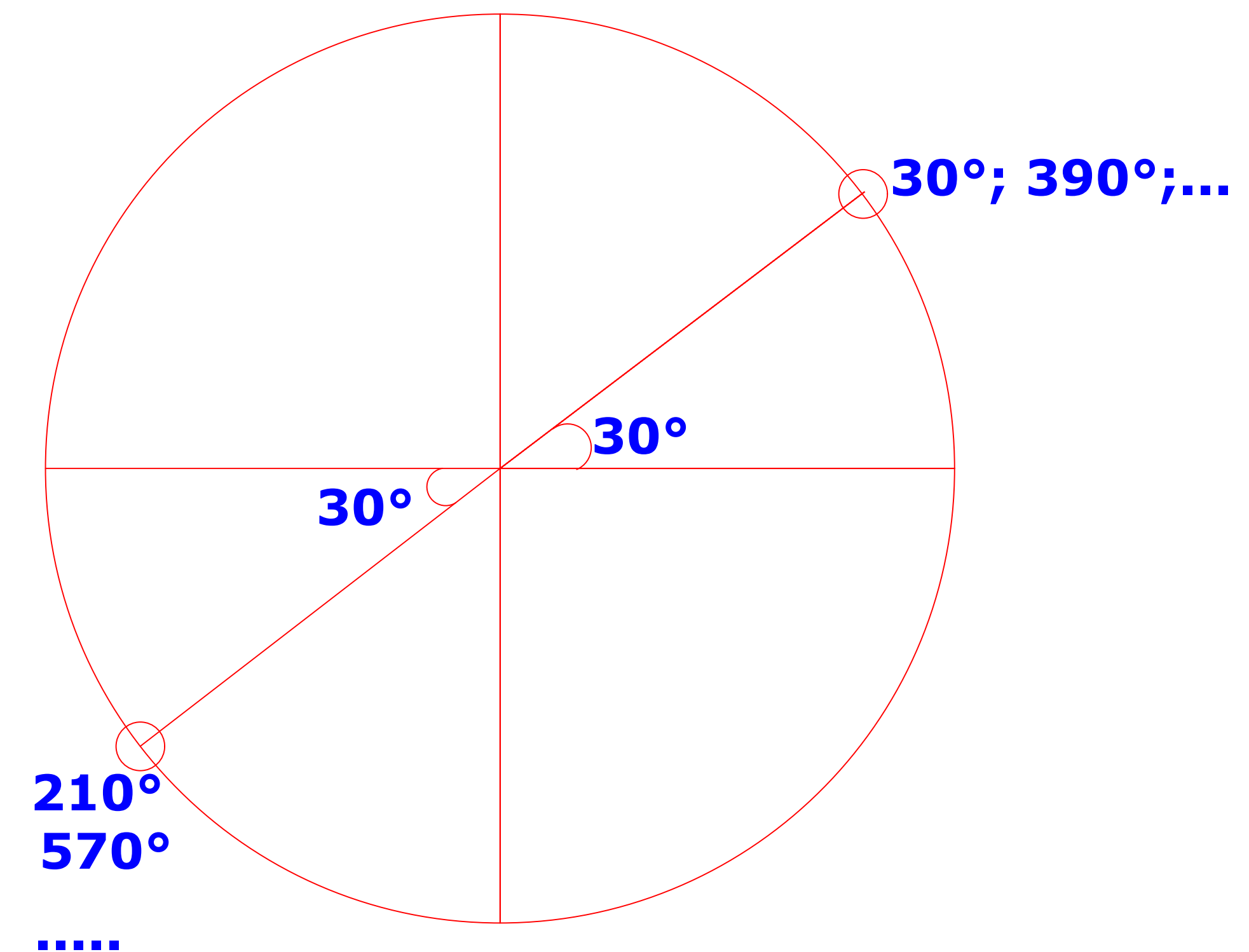
$$\sqrt{3}\text{Sen}x = \text{Cos}x$$

Resolución

$$\text{Tan}x = + 1/\sqrt{3}$$



$$\Rightarrow \text{VP} = 30^\circ$$



$$x = 30^\circ$$



$$x = 30^\circ \left(\frac{\pi}{180^\circ} \right)$$

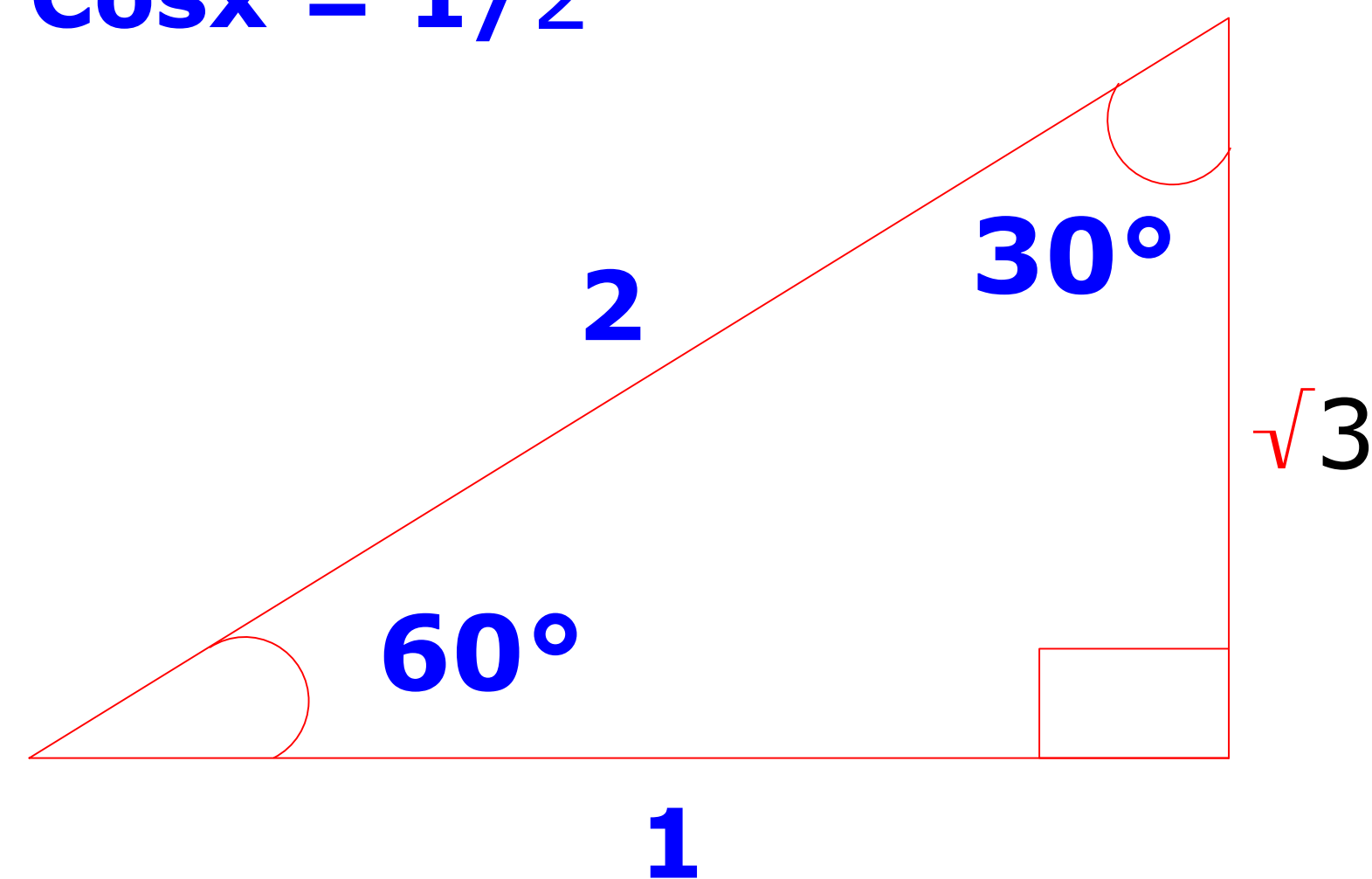
$$x = \frac{\pi}{6} \text{ Rad}$$

10. ¿Cuál es el ángulo agudo tal que, el doble de su seno es igual a su tangente?

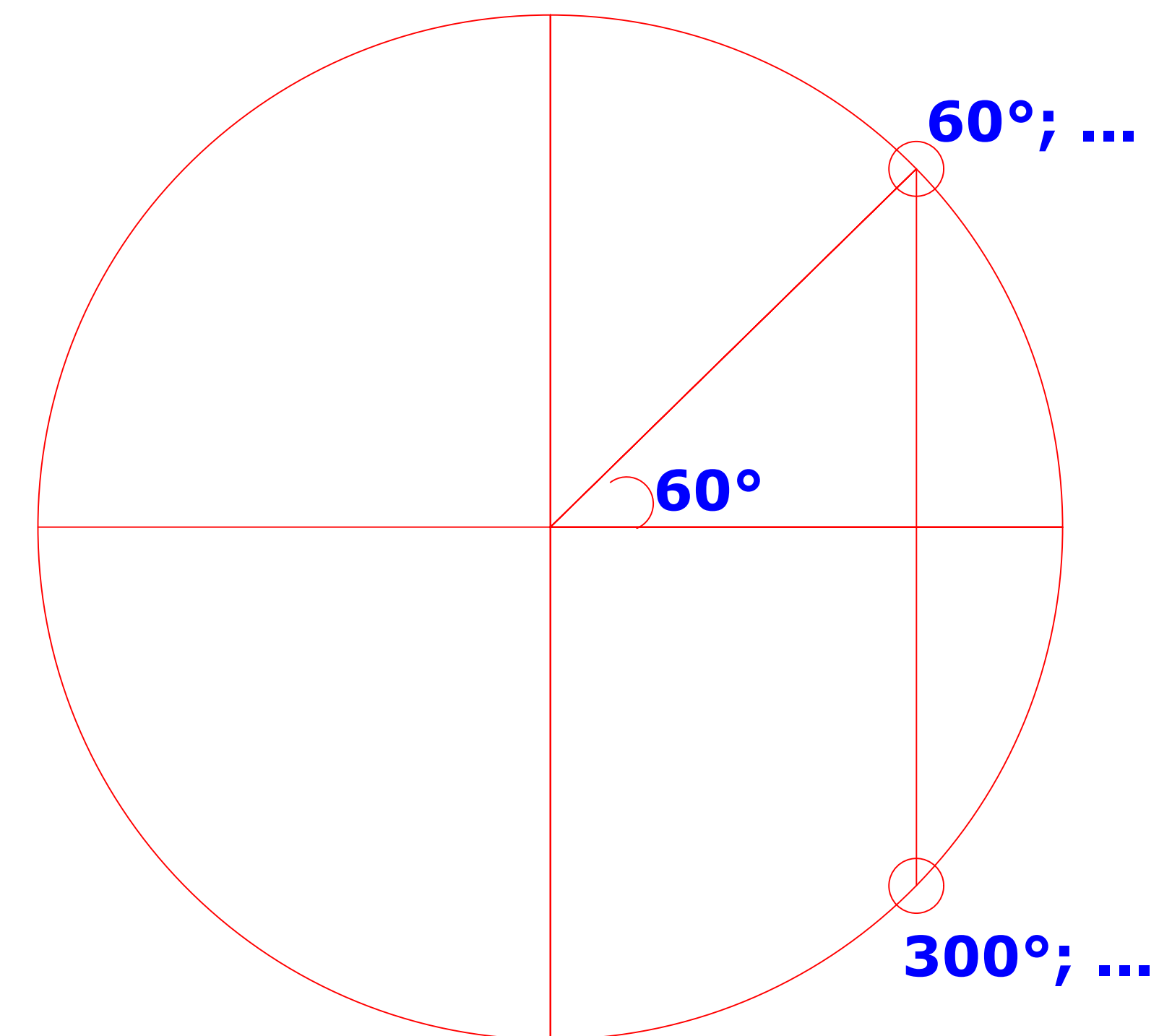
Resolución

$$2\text{Sen}x = \text{Tan}x$$

$$\text{Cos}x = 1/2$$



$$\Rightarrow \text{VP} = 60^\circ$$



$$x = 60^\circ \Rightarrow x = 60^\circ \left(\frac{\pi}{180^\circ} \right)$$

$$x = \frac{\pi}{3} \text{ Rad}$$